Тригонометрические уравнения на ЕГЭ по математике

Здесь приведены тригонометрические уравнения, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

1. (*ЕГЭ, 2016*) а) Решите уравнение:

$$\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pm\frac{\pi}{3} + \pi n, -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{11\pi}{4}, \frac{10\pi}{3}$

2. (*МИОО, 2016*) а) Решите уравнение:

$$\left(\sqrt{2}\sin x + 1\right)\sqrt{-5\cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{4}, -\frac{9\pi}{2}, -\frac{7\pi}{2}$

3. (*МИОО, 2016*) а) Решите уравнение:

$$\sqrt{2}\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{4}$

4. (*МИОО, 2016*) а) Решите уравнение:

$$\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

а) $\pi n, \arcsin\frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi, -2\pi, -2\pi + \arcsin\frac{5}{13}$

5. (*МИОО, 2016*) а) Решите уравнение:

$$\frac{5\sin x - 3}{5\cos x - 4} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{15\pi}{2}; -6\pi\right]$.

а) $\arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\arccos\left(-\frac{4}{5}\right) - 8\pi$

6. (*МИОО, 2016*) а) Решите уравнение:

$$\frac{\sqrt{3}\operatorname{tg} x + 1}{2\sin x - 1} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{35\pi}{6}$

7. (*МИОО, 2015*) а) Решите уравнение:

$$\left(2\cos^2 x + \sin x - 2\right)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а) $\pi n,\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\pi,\ 2\pi,\ \frac{13\pi}{6}$

8. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2\sin 2x}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pi n,\ \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ \frac{8\pi}{3},\ 3\pi,\ \frac{10\pi}{3}$

9. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$8\sin^2 x + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

а) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6},\ -\frac{17\pi}{6}$

10. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$2\cos 2x + \sqrt{2}\sin x + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{4}$

11. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$4\sin^2 x = \operatorname{tg} x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 0]$.

а) πn, $\frac{\pi}{12} + \pi n$, $\frac{5\pi}{12} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi$, $-\frac{11\pi}{12}$, $-\frac{7\pi}{12}$, 0

12. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$\cos 2x + 2\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

а) $\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{4}$

13. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$\frac{\sin 2x}{\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}\,.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{4}$

14. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

а) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{6}$, $-\frac{5\pi}{6}$

15. (*ЕГЭ, 2015*) а) Решите уравнение:

$$2\cos^3 x - \cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{3}$

16. (*МИОО, 2015*) а) Решите уравнение:

$$\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

а) $2\pi n,\ \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-4\pi,\ -\frac{11\pi}{3}$

17. (*МИОО, 2015*) а) Решите уравнение:

$$\frac{\cos 2x + \sqrt{3}\sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pi n,\ \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ \frac{8\pi}{3},\ 3\pi$

18. (*МИОО, 2015*) а) Решите уравнение:

$$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

а) $\pi n,\ \frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ \frac{7\pi}{3},\ 3\pi$

19. (*МИОО, 2015*) а) Решите уравнение:

$$2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

а) $\pi n,\ \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi,\ -\frac{5\pi}{3},\ -\pi$

20. (*ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$\cos 2x + \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{4}$, $-\frac{5\pi}{2}$, $-\frac{3\pi}{2}$

21. (*ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$2\sin^2 x - \sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

а) πn, $\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) 2π, $\frac{7\pi}{3}$, $\frac{8\pi}{3}$, 3π

22. (*ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{6}$, $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$

23. (*ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

а) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$, $-\frac{17\pi}{6}$, $-\frac{13\pi}{6}$

24. (*МИОО, 2014*) а) Решите уравнение:

$$\frac{5\cos x + 4}{4\operatorname{tg} x - 3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

а) $\pi - \arccos\frac{4}{5} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi - \arccos\frac{4}{5}$

25. (*Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$6\sin^2 x + 5\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{14\pi}{3}$

26. (*МИОО, 2014*) а) Решите уравнение:

$$4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2},\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}$

27. (*МИОО, 2014*) а) Решите уравнение:

$$\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

а) $\pi n,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi,\ \frac{17\pi}{6}, 3\pi$

28. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$

29. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$(25^{\cos x})^{\sin x} = 5^{\cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{11\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6}$

30. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$12^{\sin x} = 4^{\sin x} \cdot 3^{-\sqrt{3}\cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

а) $-\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{8\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$

31. (*ЕГЭ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$3\,\mathrm{tg}^2\, x - \frac{5}{\cos x} + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

а) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}$

32. (*ЕГЭ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$\sin 2x = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

а) $\pi n, \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi, -\frac{17\pi}{6}, -2\pi$

33. (*ЕГЭ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{21\pi}{4}, \frac{25\pi}{4}$

34. (*ЕГЭ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$-\sqrt{2}\sin\left(-\frac{5\pi}{2} + x\right) \cdot \sin x = \cos x.$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{9\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}, \frac{19\pi}{4}$

35. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{1}{\sin x} - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{6}$

36. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos x.$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{3}$

37. (*ФЦТ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \sqrt{2}\sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -4\pi]$.

а) πn, $\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) -5π, $-\frac{19\pi}{4}$, -4π

38. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$\sin x + \sin^2\frac{x}{2} = \cos^2\frac{x}{2}.$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{4}$, $-\frac{3\pi}{4}$

39. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$\sqrt{3}\sin 2x + 3\cos 2x = 0.$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

а) $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{3}$, $\frac{17\pi}{6}$

40. (*МИОО, 2013*) а) Решите уравнение:

$$\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right).$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а) $\pi + 2\pi n, \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$

41. (*МИОО, 2012*) а) Решите уравнение:

$$2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}\cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{13\pi}{6}$

42. (*МИОО, 2012*) а) Решите уравнение:

$$7\,\mathrm{tg}^2\, x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) -2π

43. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$2\cos^3 x = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{4}, -\frac{7\pi}{4}$

44. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$\log_5(\cos x - \sin 2x + 25) = 2.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$

45. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

а) $\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{11\pi}{6}$

46. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0{,}25.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \dfrac{9\pi}{2}\right]$.

а) $\pm\dfrac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\dfrac{10\pi}{3}$, $\dfrac{11\pi}{3}$, $\dfrac{13\pi}{3}$

47. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$36^{\sin 2x} = 6^{2\sin x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2}; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

а) πn, $\pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) -3π

48. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$6\sin^2 x + 5\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{14\pi}{3}$

49. (*ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$\sqrt{2}\sin^3 x - \sqrt{2}\sin x + \cos^2 x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

а) $\dfrac{\pi}{2} + \pi n$, $\dfrac{\pi}{4} + 2\pi n$, $\dfrac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{5\pi}{2}$, $-\dfrac{3\pi}{2}$, $-\dfrac{7\pi}{4}$, $-\dfrac{5\pi}{4}$

50. (*МИОО, 2012*) а) Решите уравнение:

$$\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

а) $\dfrac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\dfrac{4\pi}{3}, \dfrac{7\pi}{3}$

51. (*МИОО, 2012*) а) Решите уравнение:

$$\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x.$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

а) $-\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{2\pi n}{3},\ n \in \mathbb{Z}$; б) $\pi, \dfrac{5\pi}{3}$

52. (*Репетиционный ЕГЭ, 2012*) а) Решите уравнение:

$$-21\cos\frac{4\pi}{67} - 20\sin\left(-\frac{36\pi}{31}\right) + 16^{\sin x - 0{,}25} - 3\cdot 4^{\sin x - 0{,}5} + 1 = -21\cos\frac{4\pi}{69} - 20\sin\left(-\frac{36\pi}{31}\right).$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

а) $\pi n, \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n, \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi, 3\pi, \dfrac{13\pi}{6}, \dfrac{17\pi}{6}$

53. (*Репетиционный ЕГЭ, 2012*) Дано уравнение

$$2\cos^2 x + 2\sin 2x = 3.$$

а) Решите данное уравнение. б) Укажите корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

а) $\dfrac{\pi}{4} + \pi n, \operatorname{arctg}\dfrac{1}{3} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{3\pi}{4}, \operatorname{arctg}\dfrac{1}{3} - \pi$

54. (*Федеральный центр тестирования, 2012*) а) Решите уравнение:

$$\sin 2x + \sin x = 2\cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

а) $\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n, \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$; б) $-\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}$

55. (*Юг, пробный ЕГЭ, 2012*) Решите уравнение:

$$2\cos 2x + 4\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$$

и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $[-3\pi; -\pi]$.

$\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ -\frac{4\pi}{3},\ -\frac{8\pi}{3}$

56. (*МИОО, 2011*) а) Решите уравнение:

$$\sin x + \left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right)\left(\cos\frac{x}{2} + \sin\frac{x}{2}\right) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

а) $-\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{4}$

57. (*МИОО, 2011*) Дано уравнение:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x.$$

а) Решите уравнение. б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{5\pi}{2},\ \frac{7\pi}{2},\ \frac{17\pi}{6}$

58. (*МИОО, 2011*) Дано уравнение:

$$2\sin 2x = 4\cos x - \sin x + 1.$$

а) Решите уравнение. б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ \pm\arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{\pi}{2},\ \arccos\left(-\frac{1}{4}\right),\ 2\pi - \arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$

59. (*МИОО, 2011*) а) Решите уравнение:

$$6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0.$$

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

а) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};$ б) $\pm\frac{2\pi}{3},\ \frac{4\pi}{3}$

60. (*ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $\dfrac{6\sin^2 x + 7\sin x - 5}{\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 1} = 0.$

$\boxed{\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

61. (*ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $(6\sin^2 x + 5\sin x - 4) \cdot \sqrt{-7\cos x} = 0.$

$\boxed{\frac{\pi}{2} + \pi n,\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

62. (*ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $(4\cos^2 x - 4\cos x - 3) \cdot \log_{14}(-\sin x) = 0.$

$\boxed{-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

63. (*ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $(2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x) \cdot \log_3(\operatorname{tg} x) = 0.$

$\boxed{\frac{\pi}{4} + \pi n,\ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

64. (*ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $(\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x) \cdot \sqrt{3\cos x} = 0.$

$\boxed{2\pi n,\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

65. (*ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $\sqrt{2\cos x + 1} \cdot \log_2(2\sin x) = 0.$

$\boxed{\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

66. (*Репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $\left(\sqrt{-\operatorname{tg} x} - \sqrt[4]{3}\right)(2\cos^2 x + 3\cos x - 2) = 0.$

$\boxed{-\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

67. (*Репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите уравнение: $\dfrac{2\sin^2 x + 2\sin x\cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0.$

$\boxed{\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

68. (*МИОО, 2011*) Решите уравнение: $\dfrac{2\sin^2 x + 3\cos x}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0.$

$\boxed{-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

69. (*МИОО, 2011*) Решите уравнение: $\sqrt{\sin x\cos x}\left(\dfrac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1\right) = 0.$

$\boxed{\frac{3\pi}{8} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

70. (*МИОО, 2011*) Решите уравнение: $(\sin 2x - \sin x)\left(\sqrt{2} + \sqrt{-2\operatorname{ctg} x}\right) = 0.$

$\boxed{-\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

71. (*МИОО, 2011*) Решите уравнение: $\dfrac{(\sin x - 1)(2\cos x + 1)}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0.$

$\boxed{-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

72. (*МИОО, 2011*) Решите уравнение: $(\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0.$

$\boxed{2\pi n,\ -\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

73. (*МИОО, 2010*) Решите уравнение: $\dfrac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{\sqrt{-\cos x}} = 0.$

$\boxed{\pi + 2\pi n,\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

74. (*МИОО, 2010*) Решите уравнение: $(2\cos x - 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0.$

$\boxed{-\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

75. (*МИОО, 2010*) Решите уравнение: $(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0.$

$\boxed{\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}}$

76. (*МИОО, 2010*) Решите уравнение: $\dfrac{2\sin^2 x - 5\sin x - 3}{\sqrt{x + \dfrac{\pi}{6}}} = 0.$

$\boxed{(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n = 1, 2, 3, \ldots}$

77. (*ЕГЭ, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 9^{\operatorname{tg} x} + 5 \cdot 3^{\operatorname{tg} x} - 6 = 0, \\ 4^{3y+1} - 2\cos x = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(2\pi n; -\frac{1}{6}\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

78. (*ЕГЭ, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} y - \cos x = 0, \\ (2\sqrt{\cos x} - 1)(2y - 4) = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(\pm\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n; \frac{1}{4}\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

79. (*ЕГЭ, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 81^{\operatorname{tg} x} - 8 \cdot 9^{\operatorname{tg} x} - 9 = 0, \\ \sqrt{y-2} + 8\cos x = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; 34\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

80. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} y \operatorname{ctg} x = -9, \\ y \operatorname{tg} x = -3. \end{cases}$

$\boxed{\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; 3\sqrt{3}\right),\ \left(\frac{\pi}{6} + \pi n; -3\sqrt{3}\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

81. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} y^2 = x, \\ \sin y^2 = \cos x. \end{cases}$

$\boxed{\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \pm\sqrt{\frac{\pi}{4} + \pi n}\right),\ n = 0, 1, 2, \ldots}$

82. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0, \\ \sqrt{y^2 - y - 3} + 2\sin x = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(2\pi n; \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right),\ \left(2\pi n; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right),\ \left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; -2\right),\ \left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; 3\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

83. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 = 8\sin y + 1, \\ x + 1 = 2\sin y. \end{cases}$

$\boxed{(-1; \pi n),\ n \in \mathbb{Z}}$

84. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 3^y + 2\cos x = 0, \\ 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{1}{2}\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

85. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 25^{\operatorname{tg} x} + 5^{\operatorname{tg} x + 1} - 50 = 0, \\ \sqrt{2\cos x} + 2y = 3\sqrt[4]{2}. \end{cases}$

$\boxed{\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \sqrt[4]{2}\right),\ n \in \mathbb{Z}}$

86. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} \sqrt{\cos y}\,\sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x}\,\sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$

$\boxed{(2; 1),\ \left(\pi; -\frac{\pi}{2}\right)}$

87. (*МИОО, 2010*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2\cos 2x + 3\sin x = 1, \\ y^2\cos x + y\cos x + \dfrac{\sqrt{15}}{2} = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(\pi + \arcsin\frac{1}{4} + 2\pi n; -2\right), \left(\pi + \arcsin\frac{1}{4} + 2\pi n; 1\right), n \in \mathbb{Z}}$

88. (*МИОО, 2009*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} \cos(x+y) = -\dfrac{1}{2}, \\ \sin x + \sin y = \sqrt{3}. \end{cases}$

$\boxed{\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right), \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right), k, n \in \mathbb{Z}}$

89. (*МИОО, 2009*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ |x - y| = \dfrac{2\pi}{3}. \end{cases}$

$\boxed{\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right), \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}}$

90. (*МИОО, 2009*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 16^{\cos x} - 10 \cdot 4^{\cos x} + 16 = 0, \\ \sqrt{y} + 2\sin x = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; 3\right), n \in \mathbb{Z}}$

91. (*МИОО, 2009*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} \dfrac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{\sqrt{y}} = 0, \\ y - \cos x = 0. \end{cases}$

$\boxed{\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), n \in \mathbb{Z}}$

92. (*МИОО, 2009*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} \sin x - \sin y = 1, \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1. \end{cases}$

$\boxed{\left((-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n; (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k\right), n, k \in \mathbb{Z}}$

93. (*МИОО, 2009*) Решите систему уравнений: $\begin{cases} (2x^2 - 5x - 3)\sqrt{\cos y} = 0, \\ \sin y = x. \end{cases}$

$\boxed{\left((-1)^n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}}$