Логарифмические уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены логарифмические уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

1. (*ЕГЭ, 2016*) Решите неравенство

$$\left(4^{x^2-x-6}-1\right)\cdot\log_{0,25}\left(4^{x^2+2x+2}-3\right)\leqslant 0.$$

$\boxed{(-\infty;-2]\cup\{-1\}\cup[3;+\infty)}$

2. (*ЕГЭ, 2016*) Решите неравенство

$$(5x-13)\cdot\log_{2x-5}\left(x^2-6x+10\right)\geqslant 0.$$

$\boxed{\left(\frac{5}{2};\frac{13}{5}\right]\cup(3;+\infty)}$

3. (*МИОО, 2016*) Решите неравенство

$$\log_{x^2+1}(x-3)^2\cdot\log_{x^2+1}\frac{(x-3)^2}{\left(x^2+1\right)^3}\leqslant -2.$$

$\boxed{(-\infty;-2]\cup\left[1;\frac{4}{3}\right]}$

4. (*МИОО, 2016*) Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}}4\geqslant\log_{\frac{\sqrt{13}+\sqrt{2}}{5}}\left(5-2^x\right).$$

$\boxed{[0;\log_2 5)}$

5. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\left(\log_2^2 x-2\log_2 x\right)^2<11\log_2^2 x-22\log_2 x-24.$$

$\boxed{\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)\cup(8;16)}$

6. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\lg^4 x-4\lg^3 x+5\lg^2 x-2\lg x\geqslant 0.$$

$\boxed{(0;1]\cup\{10\}\cup[100;+\infty)}$

7. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\frac{3\lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geqslant 2.$$

$\boxed{\left(0;\frac{1}{100}\right) \cup \{1\} \cup (100;+\infty)}$

8. (*ЕГЭ, 2015*) Решите неравенство

$$\log_2^2\left(4+3x-x^2\right) + 7\log_{0,5}\left(4+3x-x^2\right) + 10 > 0.$$

$\boxed{(-1;0) \cup (3;4)}$

9. (*МИОО, 2015*) Решите неравенство

$$\frac{\log_{1-2x}\big((x+1)(1-4x+4x^2)\big)}{\log_{x+1}(1-2x)} \leqslant -1.$$

$\boxed{-\frac{1}{2}}$

10. (*МИОО, 2015*) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{1-x}} 5 \leqslant \log_{\frac{x}{2}} 5.$$

$\boxed{(2;3]}$

11. (*МИОО, 2015*) Решите неравенство

$$\log_{x^2+x}\left(x^2-2x+1\right) \leqslant 1.$$

$\boxed{\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{2};-1\right) \cup \left(0;\frac{1}{3}\right] \cup \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2};1\right) \cup (1;+\infty)}$

12. (*ЕГЭ, 2014*) а) Решите уравнение:

$$\log_5(2-x) = \log_{25} x^4.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{28}; \log_9 8\right]$.

$\boxed{\text{а) } -2,\ 1;\quad \text{б) } -2}$

13. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{4-x}(x+4)\cdot\log_{x+5}(6-x) \leqslant 0, \\ 25^{x^2-2x+10} - 0{,}2^{2x^2-4x-80} \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\{-3\} \cup (3;4)}$

14. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + 8 \cdot 3^{-x} \geqslant 9, \\ 2\log_{(x^2-4x+5)^2}\left(4x^2+1\right) \leqslant \log_{x^2-4x+5}\left(3x^2+4x+1\right). \end{cases}$$

$\boxed{\{0\} \cup [\log_3 8; 2) \cup (2; 4]}$

15. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 19 \cdot 4^x + 4^{-x} \leqslant 20, \\ x \cdot \log_{x+3}(7-2x) \geqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{[-\log_4 19; -2) \cup \{0\}}$

16. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 16^{x-\frac{5}{4}} - 3 \cdot 4^{x-\frac{3}{2}} + 1 \geqslant 0, \\ \log_2 \dfrac{2x^2+5x-7}{3x-2} \leqslant 1. \end{cases}$$

$\boxed{(-\frac{7}{2}; -1] \cup \{\frac{3}{2}\}}$

17. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_3\left(\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{16}{x^2}\right) \leqslant 1, \\ \dfrac{2x^2+x-28}{(x-6)^3+(x-5)^3-1} \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\{-4\} \cup [\frac{7}{2}; 4]}$

18. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^{x+\frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^{x-1} + 1 \leqslant 0, \\ \log_{(\sqrt{7})^{x+\frac{1}{2}}} 7^{\frac{2}{x^2+x}} \leqslant \dfrac{4}{2x+1}. \end{cases}$$

$\boxed{[-2; -1) \cup (-\frac{1}{2}; 0) \cup \{1\}}$

19. (*ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + \dfrac{54}{3^x} \geqslant 29, \\ \log_{x+3}\left(\dfrac{x+1}{4}\right) \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{(-1; \log_3 2] \cup \{3\}}$

20. (*Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_x(x^3-1) \leqslant \log_x(x^3+2x-4), \\ \sqrt{3\cdot 4^x - 5\cdot 2^{x+1}+3} \geqslant 2^x - 3. \end{cases}$$

$\boxed{[\log_2 3; +\infty)}$

21. (*МИОО, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_2^2(-\log_2 x) + \log_2 \log_2^2 x \leqslant 3, \\ -4\left|x^2-1\right| - 3 \geqslant \dfrac{1}{x^2-1}. \end{cases}$$

$\boxed{\left[\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right]}$

22. (*МИОО, 2014*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33\cdot 2^x + 8 \leqslant 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x-1}{x+1{,}3} + \log_2(x+1{,}3)^2 \geqslant 2. \end{cases}$$

$\boxed{[-2; -1{,}3) \cup \{3\}}$

23. (*МИОО, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^x - 5\cdot 3^x + 4 \geqslant 0, \\ \log_{\frac{3x^2+4x+1}{4x+1}} \left|\dfrac{x}{2}\right| \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left(-\frac{1}{4}; 0\right) \cup [\log_3 4; 2]}$

24. (*МИОО, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}\left(2x^2-5x+3\right) \geqslant 0, \\ \dfrac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{7}{12}; \frac{2}{3}\right) \cup \{2\}}$

25. (*ЕГЭ, 2013*) а) Решите уравнение:

$$1 + \log_2(9x^2+5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4+14}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1; \dfrac{6}{8}\right]$.

$\boxed{\text{а) } \pm\sqrt{2},\ \pm\frac{1}{2};\quad \text{б) } \pm\frac{1}{2}}$

26. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{7-2x}(x+6) \leqslant 0, \\ x - \dfrac{x-3}{x+6} - \dfrac{x^2+27x+90}{x^2+8x+12} \leqslant -1. \end{cases}$$

$\boxed{(-6; -5]}$

27. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{6-x} \dfrac{(x-6)^2}{x-2} \geqslant 2, \\ \dfrac{x^2-x-14}{x-4} + \dfrac{x^2-8x+3}{x-8} \leqslant 2x+3. \end{cases}$$

$\boxed{(5; 6)}$

28. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{5-x} \dfrac{x+4}{(x-5)^{10}} \geqslant -10, \\ x^3 + 8x^2 + \dfrac{50x^2+x-7}{x-7} \leqslant 1. \end{cases}$$

$\boxed{\{-3\} \cup \{0\} \cup [2; 4)}$

29. (*ЕГЭ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{5x-12} + \dfrac{2x^2-6x+1}{x-3} \geqslant 2x, \\ \log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \dfrac{2x^2+9x+7}{(x+1)^4} \leqslant -2. \end{cases}$$

$\boxed{\left[\sqrt{6}; \frac{5}{2}\right] \cup (3; +\infty)}$

30. (*ФЦТ, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x^2-2x+26) \leqslant 3\log_{3-x} 3, \\ \dfrac{x^2-2x-2}{x-3} \leqslant \dfrac{x}{2} + 1. \end{cases}$$

$\boxed{\left[1-\sqrt{2}; 1\right] \cup \left[1+\sqrt{2}; 3\right)}$

31. (*МИОО, 2013*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{x+1}(2x-5)+\log_{2x-5}(x+1)\leqslant 2, \\ 25^x-20^x-2\cdot 16^x\leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left(\frac{5}{2};3\right)}$

32. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x+32\cdot 2^{-x}\geqslant 33, \\ 2\log_9(4x^2+1)\geqslant \log_3(3x^2+4x+1). \end{cases}$$

$\boxed{(-\infty;-1)\cup\left(-\frac{1}{3};0\right]\cup[5;+\infty)}$

33. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4\cdot 4^x-33\cdot 2^x+8\leqslant 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2\leqslant 1. \end{cases}$$

$\boxed{(-1;0)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup(1;3]}$

34. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2\cdot 3^{x+2}+27\cdot 3^{-x}\leqslant 87, \\ \log_{3x}\dfrac{1}{27}\cdot\log_3(27x)+9\geqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup[1;2-\log_3 2]}$

35. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{160-4^x}{32-2^x}\geqslant 5, \\ \log_{0,25x^2}\left(\dfrac{6-x}{4}\right)\leqslant 1. \end{cases}$$

$\boxed{(-\infty;-3]\cup(-2;0)\cup(0;2)\cup(2;\log_2 5]\cup(5;6)}$

36. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{4x}-4^{x+3}\leqslant 65, \\ \log_{x+5}\left(\dfrac{3-x}{x}\right)^4+\log_{x+5}\dfrac{x}{x-3}\leqslant 3. \end{cases}$$

$\boxed{(-5;-4)\cup[-3;-1]\cup(3;\log_4 65]}$

37. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 129 \leqslant 2^{x+7}, \\ \log_{x+8}\left(\dfrac{7-x}{x+1}\right)^2 \leqslant 1 - \log_{x+8}\dfrac{x+1}{x-7}. \end{cases}$$

$\boxed{(-8;-7) \cup [-5;-3] \cup (7;\log_2 129]}$

38. (*ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{25 \cdot 0{,}5^{x-1} - 2^{x-2}}{2^{x+2} - 4^x} \geqslant 0{,}5^{x+2}, \\ \log_{6-x}\dfrac{x^4}{x^2 - 12x + 36} \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{[-3;0) \cup (0;2) \cup [1 + 2\log_2 5;6)}$

39. (*МИОО, 2012*) Решите систему:

$$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-5) + \log_{4x-5}(2x+1) \leqslant 2, \\ 9^x - 2 \cdot 6^x - 3 \cdot 4^x \leqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left(\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)}$

40. (*МИОО, 2012*) Решите систему:

$$\begin{cases} 3^{4x-1} + 3^{4x+1} \geqslant 80, \\ \log_{\frac{x}{2}}(4x^2 - 3x + 1) \geqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left[\frac{\log_2 24}{4};\frac{3}{4}\right] \cup (2;+\infty)}$

41. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} -11x + 3\ln 17 + \log_x(\log_2 x + \log_4 x + 1) \geqslant \dfrac{1}{\log_2 x} - 11x + 3\ln 17, \\ 10x - 14\ln 17 + 3^x + 3^{x+1} > 4^x + 10x - 14\ln 17. \end{cases}$$

$\boxed{\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}};1\right) \cup \left[\sqrt[3]{4};\log_{\frac{4}{3}} 4\right)}$

42. (*Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} \leqslant 54, \\ \log_6(x+1) - 2\log_{x+1} 6 + 1 > 0. \end{cases}$$

$\boxed{\left(5;3\sqrt{3}\right]}$

43. (*ФЦТ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{2x+1} - 2^{x+2} - 2^x \leqslant 3, \\ \log_{x+\frac{2}{6}} 3 \leqslant \log_{\sqrt{x}} 3. \end{cases}$$

$\boxed{(0;\,\frac{1}{9}] \cup [\frac{4}{9};\,\frac{7}{9}) \cup (1;\,\log_2 3]}$

44. (*Юг, пробный ЕГЭ, 2012*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 18 \cdot 2^{x+2} + 128 \leqslant 0, \\ 2\log_3 \dfrac{x-2}{x-3{,}3} + \log_3 (x-3{,}3)^2 \geqslant 0. \end{cases}$$

$\boxed{\{1\} \cup (3{,}3;\,4]}$

45. (*МИОО, 2011*) Решите систему:

$$\begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2\lg 3} \geqslant 6, \\ \log_2^2 x + 6 > 5\log_2 x. \end{cases}$$

$\boxed{[\sqrt{10};\,4) \cup (8;\,+\infty)}$

46. (*МИОО, 2011*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \cdot \log_{x+5}(4-x) \geqslant 0, \\ \left|\dfrac{2}{3}x - \dfrac{2}{3}\right|^{x-1{,}2} + \left|\dfrac{2}{3}x - \dfrac{2}{3}\right|^{1{,}2-x} \leqslant 2. \end{cases}$$

$\boxed{1{,}2}$

47. (*МИОО, 2011*) Решите систему:

$$\begin{cases} 5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} \geqslant 2\sqrt[4]{5}, \\ \log_3^2 x + 2 > 3\log_3 x. \end{cases}$$

$\boxed{\left(0;\,\frac{1}{\sqrt{5}}\right] \cup [\sqrt{5};\,3) \cup (9,\,+\infty)}$

48. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}}(-49x)} \leqslant \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}.$$

$\boxed{[-49;\,-3) \cup (-3;\,-1) \cup (-\frac{1}{49};\,0)}$

49. (*МИОО, 2011*) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 7\log_9(x^2-x-6) \leqslant 8+\log_9\dfrac{(x+2)^7}{x-3}, \\ \dfrac{1}{3^{x-1}}+\dfrac{1}{3^x}+\dfrac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$$

$\boxed{(-\log_3 12;-2)\cup(3;12]}$

50. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{2\log_{x+4}(x^2-2x)}{\log_{x+4}x^2} \geqslant 1.$$

$\boxed{(-4;-3)\cup(-3;-1)\cup[3;+\infty)}$

51. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{6}}(7-6x)\cdot\log_{2-x}\frac{1}{3} \geqslant 1.$$

$\boxed{[-3;1)\cup(1;\frac{7}{6})}$

52. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_x 2x^{-1}\cdot\log_x 2x^2}{\log_{2x}x\cdot\log_{2x^{-2}}x} < 40.$$

$\boxed{\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\cup\left(\sqrt[3]{2};\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)}$

53. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{2\log_5(x^2-5x)}{\log_5 x^2} \leqslant 1.$$

$\boxed{(-1;0)\cup(5;6]}$

54. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$9\log_7(x^2+x-2) \leqslant 10+\log_7\frac{(x-1)^9}{x+2}.$$

$\boxed{[-9;-2)\cup(1;5]}$

55. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(5^{1+\lg x}-\frac{1}{2^{1+\lg x}}\right) \geqslant -1+\lg x.$$

$\boxed{(\frac{1}{10};\frac{1}{2}]}$

56. (*ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}}\left(\frac{x}{3}\right) > 0.$$

$\boxed{(1;\frac{3}{2})\cup(2;\frac{5}{2})\cup(3;+\infty)}$

57. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{(x^2+x)\lg(x^2+2x-2)}{|x-1|} \geqslant \frac{\lg(-x^2-2x+2)^2}{x-1}.$$

$\boxed{(-\infty;-3]\cup(1;+\infty)}$

58. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$1-\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}\frac{x+5}{x+3} \geqslant \log_9(x+1)^2.$$

$\boxed{[-7;-5)\cup[-2;-1)\cup(-1;1]}$

59. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_{3-x}(x^2-10x+25) \leqslant 2\log_{3-x}(4x-x^2+5)-2.$$

$\boxed{[1;2)}$

60. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\log_4(x+5)^4\cdot\log_{16}(x+4)^2+\log_2\frac{(x+4)^3}{x+5}-3>0.$$

$\boxed{(-\infty;-6)\cup(-\frac{41}{8};-5)\cup(-2;+\infty)}$

61. (*Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(x^4-4x^3+4x^2)+\log_{0,25}(6x^2-12x-9)}{x^2-2x-8} \geqslant 0.$$

$\boxed{(-\infty;-2)\cup\{-1\}\cup\{3\}\cup(4;+\infty)}$

62. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$(2x+1)\log_5 10+\log_5\left(4^x-\frac{1}{10}\right) \leqslant 2x-1.$$

$\boxed{(-\log_4 10;-\log_4 5]}$

63. (*МИОО, 2011*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(2x)\cdot\log_{0,5x}2}{\log_{0,125x}8}\leqslant 1.$$

$\boxed{(0;1]\cup(2;8)\cup(8;32]}$

64. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{5^{x+8}}14}{\log_{5^{x+8}}(x^2-25)}\geqslant\frac{\log_2(x^2+9x+14)}{\log_2(x^2-25)}.$$

$\boxed{([-9;-8)\cup(-8;-7)\cup\left(5;\sqrt{26}\right)}$

65. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{2x+9}\log_{0,5}(x^2+4x)}{\log_{2x+9}(x^2+8x+17)}\geqslant 0.$$

$\boxed{\left[-2-\frac{3}{\sqrt{2}};-4\right)\cup\left(0;-2+\frac{3}{\sqrt{2}}\right]}$

66. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{2\log_{2^{x-1}}|x|}{\log_{2^{x-1}}(x+7)}\leqslant\frac{\log_3(x+12)}{\log_3(x+7)}$$

$\boxed{(-7;-6)\cup[-3;0)\cup(0;1)\cup(1;4]}$

67. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$9^{\log_{\frac{1}{9}}\log_5 x^2}\leqslant 5^{\log_{\frac{1}{5}}\log_9 x^2}.$$

$\boxed{(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)}$

68. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(2-x)-\log_{14}(2-x)}{\log_{14}x-\log_{49}x}\leqslant\log_4 49.$$

$\boxed{(0;1)\cup(1;2)}$

69. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{3^{x+4}}27}{\log_{3^{x+4}}(-81x)}\leqslant\frac{1}{\log_3\log_{\frac{1}{3}}3^x}.$$

$\boxed{[-9;-4)\cup(-4;-1)\cup(-\frac{1}{81};0)}$

70. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\log_5\left((3^{-x^2}-5)(3^{-x^2+16}-1)\right)+\log_5\frac{3^{-x^2}-5}{3^{-x^2+16}-1}>\log_5\left(3^{7-x^2}-1\right)^2.$$

$\boxed{(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)}$

71. (*ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{9^{x-6}}(x+2)}{\log_{9^{x-6}}x^2}<1.$$

$\boxed{(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;6)\cup(6;+\infty)}$

72. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2010*) Решите неравенство:

$$\log_4(x+2)\cdot\log_x 2\leqslant 1.$$

$\boxed{(0;1)\cup[2;+\infty)}$

73. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\log_3(x^2-x-3)+\log_3(2x^2+x-3)\geqslant\log_3(x^2-2)^2+2+\log_{\frac{1}{3}}4.$$

$\boxed{-2}$

74. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(2^x-1)}{x-1}\leqslant 1.$$

$\boxed{(1;+\infty)}$

75. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\lg(5y^2-2y+1)}{\lg(4y^2-5y+1)^3}\leqslant\frac{\log_{5^3}7}{\log_5 7}.$$

$\boxed{[-3;0)\cup(0;\frac{1}{4})\cup(1;\frac{5}{4})}$

76. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{11}(3x+2\sqrt{x+1}+2)}{\log_{11}(5x+3\sqrt{x+1}+3)^3}\geqslant\frac{\log_{27}11}{\log_3 11}.$$

$\boxed{\left[-\frac{3}{4};\frac{-11-3\sqrt{69}}{50}\right)}$

77. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\frac{1-\sqrt{1-4\log_8^2 x}}{\log_8 x} < 2.$$

$\boxed{\left[\frac{\sqrt{2}}{4};1\right)\cup\left(1;\sqrt{8}\right)}$

78. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$\log_{6x^2-5x+1} 2 > \log_{\sqrt{6x^2-5x+1}} 2.$$

$\boxed{\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{5}{6}\right)}$

79. (*МИОО, 2010*) Решите неравенство:

$$7^{-|x-3|}\cdot\log_2(6x-x^2-7)\geqslant 1.$$

$\boxed{3}$

80. (*МИОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\log_x(5-x) < \log_x(x^3-7x^2+14x-5)-\log_x(x-1).$$

$\boxed{(1;2)\cup(4;5)}$

81. (*МИОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\log_x(\log_9(3^x-9)) < 1.$$

$\boxed{(\log_3 10;+\infty)}$

82. (*МИОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(3\cdot 2^{x-1}-1)}{x}\geqslant 1.$$

$\boxed{\left(\log_2\frac{2}{3};0\right)\cup[1;+\infty)}$

83. (*МИОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\left(x+\frac{4}{x}\right)\cdot\left(\log_{6-x}(x^2-8x+16)\right)^2\geqslant 5\cdot\left(\log_{6-x}(x^2-8x+16)\right)^2.$$

$\boxed{(0;1]\cup\{3\}\cup(4;5)\cup(5;6)}$

84. (*МИОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\log_2(x^2-4) - 3\log_2\frac{x+2}{x-2} > 2.$$

$\boxed{(-\infty; -2) \cup (6; +\infty)}$

85. (*МИОО, 2009*) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_2 x} \geqslant 2\log_2 x.$$

$\boxed{(0; \frac{1}{2}] \cup \left(\sqrt{2}; \sqrt[4]{32}\right]}$