

Листок 13.10.16 – 1 ЛИНЕЙНЫЕ ОЦЕНКИ

Известно, что $a, b, c, d > 0$, $a + b + c + d = 4$. Докажите, что

Задача 1. $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} + \frac{1}{c^2+1} + \frac{1}{d^2+1} \geq 2$

Задача 2. $\frac{a^2+3a}{a^3+8} + \frac{b^2+3b}{b^3+8} + \frac{c^2+3c}{c^3+8} + \frac{d^2+3d}{d^3+8} \leq \frac{16}{9}$.

Задача 3. $\frac{a}{a^3+4} + \frac{b}{b^3+4} + \frac{c}{c^3+4} + \frac{d}{d^3+4} \leq \frac{4}{5}$.

Известно, что $a, b, c, d > 0$, $a + b + c + d = 1$. Докажите, что

Задача 4. $\frac{1}{a^2+11} + \frac{1}{b^2+11} + \frac{1}{c^2+11} + \frac{1}{d^2+11} \leq \frac{1}{3}$

Задача 5. $\frac{1}{1-\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{b}} + \frac{1}{1-\sqrt{c}} + \frac{1}{1-\sqrt{d}} \geq 8$.

Задача 6. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{1}{a^2-4a+9} + \frac{1}{b^2-4b+9} + \frac{1}{c^2-4c+9}$$

Известно, что $a, b, c > 0$, $a + b + c = 1$. Докажите, что

Задача 7. $\frac{a}{a^2+1} + \frac{b}{b^2+1} + \frac{c}{c^2+1} \leq \frac{9}{10}$.

Задача 8. $\frac{ab}{\sqrt{1+c^2}} + \frac{bc}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{ca}{\sqrt{1+b^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Задача 9. $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} \geq \frac{2}{1+a} + \frac{2}{1+b} + \frac{2}{1-c}$.

Известно, что $a, b, c > 0$. Докажите, что

Задача 10. $\frac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \frac{c^3}{c^2+ca+a^2} \geq \frac{a+b+c}{3}$.

Задача 11. Докажите, что $\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ac} + \frac{c^3}{ab} \geq a + b + c$.

Задача 12. $\frac{(2a+b+c)^2}{2a^2+(b+c)^2} + \frac{(2b+c+a)^2}{2b^2+(c+a)^2} + \frac{(2c+a+b)^2}{2c^2+(a+b)^2} \leq 8$.

Задача 13. $\sqrt{\frac{a+b}{c}} + \sqrt{\frac{b+c}{a}} + \sqrt{\frac{c+a}{b}} \geq 3\sqrt{2}$

Задача 14. $\frac{a^2}{1+a} + \frac{b^2}{1+b} + \frac{c^2}{1+c} \geq \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

Листок 13.10.16 – 1 ЛИНЕЙНЫЕ ОЦЕНКИ

Известно, что $a, b, c, d > 0$, $a + b + c + d = 4$. Докажите, что

Задача 1. $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} + \frac{1}{c^2+1} + \frac{1}{d^2+1} \geq 2$

Задача 2. $\frac{a^2+3a}{a^3+8} + \frac{b^2+3b}{b^3+8} + \frac{c^2+3c}{c^3+8} + \frac{d^2+3d}{d^3+8} \leq \frac{16}{9}$.

Задача 3. $\frac{a}{a^3+4} + \frac{b}{b^3+4} + \frac{c}{c^3+4} + \frac{d}{d^3+4} \leq \frac{4}{5}$.

Известно, что $a, b, c, d > 0$, $a + b + c + d = 1$. Докажите, что

Задача 4. $\frac{1}{a^2+11} + \frac{1}{b^2+11} + \frac{1}{c^2+11} + \frac{1}{d^2+11} \leq \frac{1}{3}$

Задача 5. $\frac{1}{1-\sqrt{a}} + \frac{1}{1-\sqrt{b}} + \frac{1}{1-\sqrt{c}} + \frac{1}{1-\sqrt{d}} \geq 8$.

Задача 6. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{1}{a^2-4a+9} + \frac{1}{b^2-4b+9} + \frac{1}{c^2-4c+9}$$

Известно, что $a, b, c > 0$, $a + b + c = 1$. Докажите, что

Задача 7. $\frac{a}{a^2+1} + \frac{b}{b^2+1} + \frac{c}{c^2+1} \leq \frac{9}{10}$.

Задача 8. $\frac{ab}{\sqrt{1+c^2}} + \frac{bc}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{ca}{\sqrt{1+b^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Задача 9. $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} \geq \frac{2}{1+a} + \frac{2}{1+b} + \frac{2}{1-c}$.

Известно, что $a, b, c > 0$. Докажите, что

Задача 10. $\frac{a^3}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^3}{b^2+bc+c^2} + \frac{c^3}{c^2+ca+a^2} \geq \frac{a+b+c}{3}$.

Задача 11. Докажите, что $\frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ac} + \frac{c^3}{ab} \geq a + b + c$.

Задача 12. $\frac{(2a+b+c)^2}{2a^2+(b+c)^2} + \frac{(2b+c+a)^2}{2b^2+(c+a)^2} + \frac{(2c+a+b)^2}{2c^2+(a+b)^2} \leq 8$.

Задача 13. $\sqrt{\frac{a+b}{c}} + \sqrt{\frac{b+c}{a}} + \sqrt{\frac{c+a}{b}} \geq 3\sqrt{2}$

Задача 14. $\frac{a^2}{1+a} + \frac{b^2}{1+b} + \frac{c^2}{1+c} \geq \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.